

පෙරහුරු පරීක්ෂණය - 2017

සංයුක්ත ගණිතය I Combined Maths I	13 ශ්‍රේණිය Grade 13	පැය 03 Three hours
-------------------------------------	-------------------------	-----------------------

A කොටස

1. $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n (2r-1)^2 = \frac{n}{3}(4n^2 - 1)$ බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් පෙන්වන්න.

2. $a \in \mathbb{Z}^+$ නම් $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+x^2} - \sqrt{5}}{\sqrt{20+\sin^2 ax} - \sqrt{20}} = 8$ නම් a හි අගය සොයන්න

3. $y = 2|x-1|+3$ හා $y = |x|+3$ ප්‍රස්ථාරවල දළසටහන් එකම සටහනේ අඳින්න. එනමින් හෝ අන් අයුරකින් $|x|+3 > 2|x-1|+3$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියළු තාත්වික අගයන් සොයන්න.

4. එකම ආගන්ථි සටහනක

(i) $|z-2i|=2$

(ii) $\arg(z-2i) = \frac{f}{3}$ සපුරාලන z සංකීර්ණ නිරූපණය කරන ලක්ෂයන්හි පථවල

දළසටහන් අඳින්න. $|z-2i| \leq 2$ හා $0 \leq \arg(z-2i) \leq \frac{f}{3}$ පිහිටි ප්‍රදේශය අඳුරු කර එහි වර්ගඵලය සොයන්න. ඉහත පථයන්හි පොදු ලක්ෂය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $r[\cos \theta + j \sin \theta]$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න

5. 1, 2, 3, 4 සංඛ්‍යාවන් ගෙන,
 (i) පුනරාවර්තනය රහිතව සෑදිය හැකි
 (ii) පුනරාවර්තනය සහිතව සෑදිය හැකි
 (iii) 3000 ට වැඩි ඔත්තේ සංඛ්‍යාංක හතරේ සංඛ්‍යා ගණන මොනවාද?

6. C යනු $x = \frac{a}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right)$ හා $y = a\left(t - \frac{1}{t}\right)$ පරාමිතිකව දෙනු ලබන චක්‍රයකි. පරාමිතිය t වන ලක්ෂ්‍යයේ දී චක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න. t=2 ට අනුරූප ස්පර්ශකය $10x-3y-8a=0$ බව පෙන්වන්න. t=2 ට අනුරූප ස්පර්ශකය x හා y අක්ෂ A හා B ලක්ෂ්‍ය වලදී හමුවේ නම් AOB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $\frac{16a^2}{15}$ බව පෙන්වන්න.

7. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, BC හා AC පාදවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x-3y=0$ $3x+y=0$ හා $4x+3y+5=0$ වේ. $\hat{A}BC$ අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකය $y=2x$ බව පෙන්වන්න.

8. $x^2 + y^2 = 4$ හා $y = \frac{1}{2}(x-2)^2$ වක්‍ර එකම සටහනක අඳින්න. වක්‍ර දෙකෙන් ආවෘත වන ප්‍රදේශයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

9. (3,0) ලක්ෂ්‍යයේ දී x අක්ෂය ස්පර්ශ කරමින් $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා අරය සොයන්න

10. $\cos x + \cos y = 1$ හා $\sin x + \sin y = t$ නම් $0 \leq t \leq \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

B කොටස

11.(a) $f(x) = ax^2 + 2bx + c$ ද $g(x) = 2(ax + b)$ ද නම් } යනු තාත්වික නියතයක් වීම $F(x) = f(x) + }g(x)$ හි විචේතකය ලියන්න. $f(x) = 0$ හි මූල තාත්විකද ප්‍රතින්න ද නම් $F(x)$ හි මූල තාත්වික හා ප්‍රතින්න බව පෙන්වන්න.

(b) බහු පද පිළිබඳ ශේෂ ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.
 $f(x) \equiv 2x^3 + 3x^2 - 3x + q$ වේ q යනු නිශ්ශුන්‍ය නිඛිලයක් නම් $(x - q)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් නම් q හි අගය සොයන්න. $q > 0$ මෙම අගය ඇතිවීම $f(x)$ යන්න ඒකජ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.
 $f(x) \equiv (x - a)(2x - 1)(x + 2) + bx + c$ වන පරිදි a, b, c නියතයන් සොයන්න.

(c) $\log_3 x - 4\log_x 3 + 3 = 0$ විසඳන්න.

12.(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ වේ. A^{-1} සොයන්න. $A + aA^{-1} = bI$ වන සේ a හා b නියතයන් සොයන්න. එනමින් A^2 සොයන්න. ඉහත ලබාගත් මූල් ප්‍රතිඵලය මගින් $A^2 - bA + aI = 0$ බව පෙන්වන්න.

(b) Z_1 හා Z_2 ඕනෑම සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් නම් $Z_1 + Z_2$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපනය කරන ලක්ෂ්‍ය නිර්මාණය කරන්න. $|Z_1 + Z_2| = |Z_1| + |Z_2|$ දැක්වෙන රූප සටහන අඳින්න. සාධාරණ වශයෙන් $|Z_1 + Z_2| \leq |Z_1| + |Z_2|$ වන්නේ මන්දැයි පහදන්න. $Z_1 = -5 + 12i$ නම් හා $|Z_2| = 7$ නම් $|Z_1 + Z_2|$ හි වැඩිතම අගය සොයන්න. $|Z_1 + Z_2| > 0$ ස්වකීය වැඩිතම අගය ඇත්නම් හා $\frac{f}{2} < \text{ang} Z_2 < f$ නම් Z_2 සොයන්න.

(c) ආගන්ථි තලය මත A, B, C ලක්ෂ්‍යයන් පිහිටා ඇත්තේ $\hat{A} \hat{B} C = \theta$ වන පරිදි වන අතර θ වාමාවර්තව මැන තිබේ. A, B, C ලක්ෂ්‍ය මගින් Z_A, Z_B හා Z_C සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපනය වේ. $Z_A = Z_B + } (Z_C - Z_B) (\cos \theta + i \sin \theta)$ බව පෙන්වන්න. $} = \frac{AB}{BC}$ වේ.

ආගන්ථි තලය මත A, B, C, D, E , හා F ලක්ෂ්‍යයන් වාමාවර්තව පිහිටනුයේ $ABCDEF$ සවිධි ඡඩ්‍රයක් සාදන පරිදි වේ. Z_A හා Z_B මගින් $i + j$ හා $3i + j$ මගින් නිරූපනය වේ නම් D හා E ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපනය කරන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

13.(a) $(1 + ax + x^2)^n$ ප්‍රසාරණයේ x^6 සංගුණකය $nc_6 a^6 + nc_5 5a^4 + nc_4 6a^2 + nc_3$ බව පෙන්වන්න. එනමින් $2nc_6 = 64nc_6 + 80nc_5 + 24nc_4 + nc_3$ බව පෙන්වන්න.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ නම් $U_r = \frac{1}{(2r-1)(2r+3)(2r+5)}$ වේ. $U_r = f_r - f_{r+2}$ වන සේ f_r සොයන්න. $\sum_{r=1}^n u_r$ දක්වා ඵෙකාය සොයන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාර වේද? හේතු දක්වන්න.

14.(i) $f(x) = \frac{(x-5)^3(4x+1)}{(x+1)}$ වනුයේ සිරස් ස්පර්ශෝත්ම බස දහන් කරමින් වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(ii) $992f \text{ cm}^3$ පරිමාවක් ඇති සෘජු සිලින්ඩරයක පියවේ වෘත්තාකාර වර්ගඵලයක් ඉවත් කර ඇත. මෙම කොටසේ අරය මෙන් හතර ගුණයක් ඇති වෘත්තාකාර පතුලක් තිබේ. මෙසේ සාදන ලද සිලින්ඩරයේ සිදුරේ අරය $x \text{ cm}$ නම් ඉතිරි කොටසේ

වර්ගඵලය A විට $A = \frac{496f}{x} + 31fx^2$ බව පෙන්වන්න. $\frac{dA}{dx}$ සොයා මෙම වර්ගඵලය අවම වන විට x හි අගය සොයන්න.

එවිට සිලින්ඩරයේ උස $\frac{31}{2}cm$ බව ද පෙන්වන්න.

15.(a) $\frac{x}{(x-r)^2(x-s)} = f(x)$ වේ. $r, s > 0$ හා $K > r > r, s$ හි උපරිම වේ. $\int_r^K f(x)dx$ අගයන්න. $\int_8^k \lim_{K \rightarrow r}$
 $\frac{x}{(x-2)^2(x-6)} dx$ පරිමිති බව අපෝහණය කරන්න.

(b) සුදුසු ආදේශයන් මගින් $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{1}{x^2 \sqrt{4-x^2}} dx$ අනුකූලය අගයන්න.

(c) කොටස් වශයෙන් අනුකූලනයෙන් $\int x \sin^2 2x dx$ අගයන්න.

16. $S=0$ වෘත්තයක් $l=0$ සරල රේඛාවෙන් ඡේදනය වේ නම් } පරාමිතියක් විට $S+y|l=0$ විවරණය කරන්න.

විචලය වෘත්තයක් $x^2 + y^2 = 4$ වෘත්තිය හා $x + y - 1 = 0$ සරල රේඛි වේ ඡේදන ලක්ෂය හරහා යයි. මෙම විචලය වෘත්තය

$x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ වෘත්තය P හා Q ලක්ෂ වලදී ඡේදනය වේ. PQ රේඛාව නියත ලක්ෂයක් හරහා යන බව පෙන්වා එම

ලක්ෂයේ බන්ධාංක සොයන්න. PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ $2x^2 + 2y^2 - 5x + y + 3 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

17.(i) $2 \tan^{-1}(\sin r) \equiv \tan^{-1}(2 \sec r)$ විසඳන්න.

(ii) $\sin x + \cos y = 1$

$\cos 2x - \cos 2y = 1$ විසඳන්න.

(iii) ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා \sin නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක පාදවල දිගවල් $a+b, a-d$ වේ. ($d > 0$) මෙම ත්‍රිකෝණයේ කුඩාතම කෝණය Γ වන අතර

විශාලතම කෝණය $\left(\frac{f}{2} + \Gamma\right)$ වේ. $\cos\left(\Gamma + \frac{f}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න.

පෙරහුරු පරීක්ෂණය - 2017

සංයුක්ත ගණිතය II Combined Maths II	13 ශ්‍රේණිය Grade 13	පැය 03 Three hours
---	---------------------------------------	-------------------------------------

A - කොටස

) ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1. වස්තුවක් O ලක්ෂ්‍යයක දී ප්‍රක්ෂේපණය කළ විට O සිට d දක්වා දුරකින් ඇති h උස කණුවක මුදුනට තිරස්ව වැදේ නම් ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයන්න.

2. සෘජු ඉවුරු සහිත d පළල වූ, u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගලායන ගඟක ඉවුරේ වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට v ප්‍රවේගයෙන් ඒකාකාරව ගඟට සාපේක්ෂව පිහිනිය හැකි මිනිසෙකුට u Ψv වන විට ඔහුට කෙටිතම මාර්ගයක ඒගොඩ විමට යා යුතු දිශාවක් ඒ සඳහා ගතවන කාලයක් සොයන්න.

3. බර w වන ඒකාකාර ඉණිමගක එක් කෙලවරක් සුමට සිරස් බිත්තියක ගැටී පවතී. අනෙක් කෙලවර තිරසර Γ කෝණයකින් ආනත (බිත්තියට යටි සිරසට ආනත) රළ බිමක ගැටී පවතී. ඉණිමග සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී. සර්ජණ කෝණය θ නම් ඉණිමග බිත්තියට ආනත කෝණය $\tan^{-1} \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ බව පෙන්වන්න.

4. සුමට කප්පියක් මතින් ගමන් කරන සැහැල්ලු අවිනාශ තන්තුවක දෙකෙලවරට පිළිවෙලින් ස්කන්ධ m හා m^1 වන අංශු දෙකක් අමුණා ඇත. පද්ධතිය නිදහසේ චලනය වීමට ඉඩ හැරිය විට වඩා බරැති අංශුව තිරස් ප්‍රත්‍යස්ථ තලයක් මත වැටී. මෙම අංශුව තුන්වැනි ස්ථරය සිදුවන මොහොත දක්වා තන්තුව බුරුල්ව පැවතියේ නම් $e \Gamma e^2 X1$ බව පෙන්වන්න. මෙහි e යනු ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකයයි.

5. a X $4i$ Γ $3j$ යයි ද b යනු x - y තලයේ මත වූ a ට ලම්බ වූ ඒකක දෛශිකයක් යයි ද ගනිමු. b ට අනුරූප ලක්ෂය දෙවෙනි වෘත්ත පාදකයේ වේ. c යනු එම තලයේම ඇති a හා b මත ප්‍රලම්බ ප්‍රක්ෂේපන පිළිවෙලින් 1 හා 2 වූ දෛශිකයක් නම් c සොයන්න.

6. දිග l වූ සැහැල්ලු අවිභ්‍රම තන්තුවක එක් කෙළවරක් අවල O ලක්ෂයකට ගැට ගසා අනෙක් කෙළවරෙහි ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ගැට ගසා ඇත. අංශුව O ට සිරස්ව පහළින් ඇති C ලක්ෂය වටා අරය r වූ තිරස් වෘත්තයක V ප්‍රවේගයකින් භ්‍රමණය වේ.

V^2 X $\frac{gr^2}{\sqrt{l^2 - Zr^2}}$ බව පෙන්වන්න.

7. A හා B සිද්ධි දෙක සඳහා $P(A \cap B) = a$, $P(A) = 0.2$, $P(B) = 2a$ ද වේ. $P(A \cup B) = 0.7$ නම් a හි අගය සොයන්න. A හා B ස්වායත්ත ද?

8. X හා Y යන දෙදෙනා මාරුවෙන් මාරුවට 1 සිට 6 දක්වා ලකුණු කර ඇති සනාකාර දාළ කැට දෙකක් එකවර උඩ දමනු ලැබේ. දාළ කැට දෙකේ එකතුව 9 ක් පළමුව ලබන තැනැත්තා තරගය ජය ගනී. X තරගය ආරම්භ කරන ලදනම් Y දිනීමේ සම්භාවිතාව $\frac{8}{17}$ බව පෙන්වන්න.

9. මධ්‍යන්‍යය සහ මාතය පිළිවෙලින් 8 සහ 5 වන නිරීක්ෂන 9 ක් පහත දී ඇත. 5,16,13,5,10,13,3,x,y මෙහි $x < y$ වේ.

- (i) x හා y හි අගය සොයන්න
- (ii) නිරීක්ෂණ නවයෙහි මධ්‍යස්ථය සොයන්න

10. 1,3,5,7..... යන සංඛ්‍යා 20 අඩංගු සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍ය හා විචලතාව සොයන්න.
එනමින් 1,2,3 සංඛ්‍යා 20 අඩංගු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය අපෝහනය කරන්න.

B - කොටස

ඉ) ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න

11.(a) තිරස් තලයක සිට $2h$ උසින් ඇති O ලක්ෂ්‍යක සිට තිරසර්වක කෝණයකින් ආනතව u ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේප කරන ලදී. එය ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයට තිරස් දුර d වන ලක්ෂ්‍යක දී තිරස් තලයට වැටේ නම් ද එම වස්තුව එම තලයේ සිට නගින උපරිම උස $3h$ ද වේ නම්,

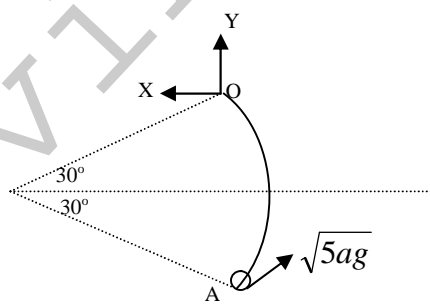
1. මෙම වලිනයේ ප්‍රවේගයේ තිරස් සංරචකය සඳහා ද
2. සිරස් ප්‍රවේග සංරචකය සඳහා ද ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර අඳින්න

එමගින් $d \times \frac{u^2}{2g} \sqrt{3} \Gamma \sin 2\alpha$ බව පෙන්වන්න.

මෙම තිරස් පරාසයේ උපරිම අගය ද සොයන්න.

(b) A, B, C නම් වූ අංශු 3 ක් එකම ලක්ෂ්‍යයෙන් එකම මොහොතේ දී එකම සිරස් තලයෙහි ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. A හි ආරම්භක ප්‍රවේගය තිරස්ව U ද, B හි ප්‍රවේගය තිරසර්වක කෝණයකින් ආනතව V_1 ද C හි ප්‍රවේගය සිරස්ව ඉහළට V_2 ද නම් සාපේක්ෂ වලිනය ආධාරයෙන් $\frac{\cos \alpha}{U} \Gamma \frac{\sin \alpha}{V_2} \times \frac{1}{V_1}$ නම් A, B, C ඒක රේඛීය බව පෙන්වන්න.

12.(a) අරය a වන කේන්ද්‍රය C වන සුමට අවල කම්බියකින් කොටසක් රූපයේ දැක්වේ. ස්කන්ධය m වන පබළුවක් කම්බියේ වලින වීමට නිදහස්ය. A වලින් පබළුව $\sqrt{5ag}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. කම්බිය මත ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව වෙනස් නොවන බව පෙන්වන්න. පබළුව O ට ලඟාවන විට ප්‍රවේගය $\sqrt{3ag}$ බව පෙන්වන්න. දැන් O හි ඇති m ස්කන්ධය ඇති අංශුවක් හා ඇලෙයි නම් සංයුක්ත අංශුව පිටවන ප්‍රවේගය සොයන්න. ඉන් අනතුරුව ඇතිවන වලිනයේ දී O තුලින් ඇති OX , හා OY අක්ෂවලට අනුබද්ධව පෙන්වීමකරණය සොයන්න. එනමින් සංයුක්ත අංශුව ලඟාවන උපරිම උස සොයන්න. අංශුව A තුලින් ඇති තිරස් තලයේ බිම වදින ලක්ෂ්‍යයට O සිට තිරස් දුර සොයන්න.



(b) A, B හා C යනු සමාන කුඩා ගෝල තුනකි. $2a$ දිගින් යුත් අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තු දෙකක් මගින් A හා B , B හා C ද සම්බන්ධ කර තිබේ. ඒවා සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත්තේ $AB=a$ ද $BC=a$ ද $\angle ABC = 90^\circ$ වන පරිද්දෙනි. C ගෝලය u ප්‍රවේගයෙන් \vec{BC} දිශාවට ප්‍රක්ෂේපනය කෙරේ. AB නොබුරුල් වූ වහාම A

ගෝලයෙක් C ගෝලයෙක් වේගයන් නිර්ණය කරන්න. මේ මොහොතේ B ගේ ප්‍රවේගය C හි ආරම්භක දිශාව සමග $\tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{5}$ කෝණයක් සාදන දිශාවකට $\frac{2\sqrt{7}}{13}u$ බව පෙන්වන්න. තවද චාලක ශක්ති භානිය මුල් චාලක ශක්තියෙන් BC නොබුරුල් වන විට $\frac{1}{2}$ ක් ද, AB නොබුරුල් වනවිට $\frac{8}{13}$ ක් බව ද පෙන්වන්න.

13. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය } ද ස්වාභාවික දිග a ද වූ ප්‍රත්‍යාස්ථ දුන්නක් හා ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට සම්බන්ධ කොට ඉතිරි කෙලවරවල් දෙක සුමට මේසයක් මත ඇති $4a$ දුරින් ඇති A හා B ලක්ෂ දෙකකට සම්බන්ධ කොට ඇත. එම ස්කන්ධය A ලක්ෂයකට $\frac{a}{2}$ දුරින් ඇති ලක්ෂයක් දක්වා ඇද අත ඇරිය විට $APXx$ නම්,

(i) $\frac{a}{2} \tan^{-1} \frac{a}{2}$ විට ද (ii) $\frac{a}{2} \tan^{-1} \frac{3a}{2}$ විට ද එකම වලින සමීකරණ පවතින බව පෙන්වන්න

(iii) $APX3a$ වන P ලක්ෂයක දී අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න

(iv) $3a \tan^{-1} \frac{x}{4a}$ විට $x \tan^{-1} \frac{x}{ma}$ බව පෙන්වන්න

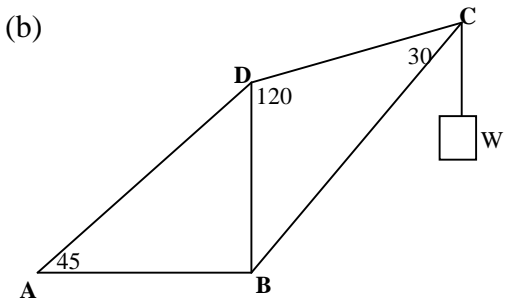
(v) ඊළඟ ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වන ලක්ෂයට එලඹීමට ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{ma}{2}} \int \cos^{-1} \frac{2}{3} \Gamma \sqrt{2} \cos^{-1} \sqrt{\frac{2}{13}}$ බව පෙන්වන්න.

14.(a) OAB යනු $\overline{OA} \times a$ සහ $\overline{OB} \times b$ වන පරිදි වූ ත්‍රිකෝණයකි. E හා F පිළිවෙලින් OA හා OB මත $OE : EA = OF : FB = 1 : 3$ වන පරිදි වූ ලක්ෂයන් වේ. $\overline{BE} \times \frac{a}{4} \overline{Zb}$ බව පෙන්වන්න. $BE^2 \times \frac{1}{16} |a|^2 \Gamma |b|^2 \times \frac{2a}{z} \frac{b}{z}$ බව අපෝහණය කරන්න. AF^2 සඳහා ද එවැනිම ප්‍රකාශයක් ලබා ගන්න. $AF \times BE$ නම් $OAXOB$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) දෘඩ වස්තුවක් මත A, B, C ලක්ෂවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $4i \Gamma 6j, 3i \Gamma 3j$ හා $22i \Gamma j$ වේ. $5\sqrt{10}\rho$ වූ P බලයක් \overline{BA} ඔස්සේ ද $4\sqrt{29}\rho$ වූ Q බලය \overline{BC} ට ද ක්‍රියා කරයි. P, Q බල $Xi \Gamma Yj$ ආකාරයෙන් දක්වන්න

1. තෙවැනි බලයක් නිසා බල පද්ධතිය බල යුග්මයකට උභයනය වේ. තෙවැනි බලය $Xi \Gamma Yj$ ආකාරයට සොයන්න.
2. පද්ධතිය සමතුලිත වේ නම් තෙවැනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය ලබා ගන්න.
3. බල පද්ධතිය $iZ2j$ ලක්ෂයේ දී $4i \Gamma 3j$ බලයකට උභයනය වේ නම් තෙවැනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය ද සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය ද ලබා ගන්න.

15.(a) AB හා BC යනු B හි දී සුමට සන්ධි කරන ලද 2d දිගින් යුත් බර w බැගින් වූ සමාන දඬු දෙකකි. AB දණ්ඩ A අවල ලක්ෂ්‍ය වටා සිරස් තලයක නිදහසේ චලනය විය හැකි අතර උඩු සිරස් සමග $r(r < \frac{d}{2})$ කෝණයක් සාදමින් A හරහා යන සුමට පිල්ලක් දිගේ C කෙලවර ද ස්පර්ශ වෙමින් සමතුලිතව ඇත. සමතුලිත පිහිටීමේ දී එක් එක් දණ්ඩ පිල්ල සමග $\tan^{-1} \frac{1}{2} \tan r$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න. AB දණ්ඩට ABC අතට G බල යුග්මයක් යොදනුයේ BC දණ්ඩ තිරස්ව පිහිටමින් සමතුලිත පිහිටීමක් ලැබෙන පරිදිය. $r < \frac{d}{\sqrt{3}}$ විට $G \times 6Wa \cos^2 r < \frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.



(b) රූපයේ දැක්වෙන ලුහු දඬු රාමු සැකිල්ලේ C හි දී w භාරයක් ද A හි හා B හිදී සිරස් බල ද යොදා සමතුලිතව තබා ඇත. බලසටහනක් ඇඳ, ආතති හා තෙරපුම් පැහැදිලිව දක්වමින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.

16.(i) අරය a ද කේන්ද්‍රයෙහි 2r කෝණයක් $\frac{r}{2}$ ආපාතනය කරන්නා වූ ද ඒකක ක්ෂේත්‍රඵලයක ස්කන්ධය ... වූ ද ගෝලාකාර කබොලක ස්කන්ධය $2fa^2 \dots (1 - \cos r)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) කබොලේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම ගෝලාකාර කොටසේ කේන්ද්‍රයට සාපේක්ෂව අනුකලනය මගින් සොයන්න.

(iii) එනමින් කේන්ද්‍රයෙහි 2r කෝණයක් ආපාතනය කරන්නා වූ ද පිටත අරය a වූ ද ඇතුළත අරය b වූ ද ගෝලීය කබොලක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ගෝල කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3 \sin^2 r \cdot \frac{1}{2} a^4 \cdot b^4 \cdot A}{8 \frac{1}{2} \cos r \cdot \frac{1}{2} a^3 \cdot b^3 \cdot A}$ දුරින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(iv) මෙම ගෝලීය කබොල සිරස් තලයක් මත තබා සමමිති අක්ෂය ,, කෝණයකින් භ්‍රමණය කළේ නම් ,, ට ගතහැකි අගය පරාසය සොයන්න. ඉහත ගෝලීය කබොල අර්ධ ගෝලීය වන විට එහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය අපෝභනය කරන්න.

(v) දැන් (iii) හි දැක්වූ ගෝලීය කබොල එහි පිටත පෘෂ්ඨයේ පරිධියේ වූ ලක්ෂ්‍යකින් එල්ලා ඇතිවිට, අක්ෂය සිරස් සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

17.(a) $P(A) < 0.7$ හා $P(A \cap B) < 0.85$ නම් පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ දී $P(B)$ සොයන්න.

- (i) A හා B අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර විට
- (ii) A හා B ස්වායත්ත විට
- (iii) $P(A | B) < 0.6$ විට

(b) මුළු සම්භාවිතාව පිළිබඳ ප්‍රමේය ලියා දක්වන්න. එක්තරා පාසලක උසස් පෙළ ඉගෙන ගන්නා සිසුන්ගෙන් 90% ක් පාසලේ පැවැත් වූ වාර විභාගයට ඉදිරිපත් වූ අතර ඉතිරි සිසුන් වාර විභාගයට ඉදිරිපත් නොවීය. වාර විභාගයට ඉදිරිපත් වූවන්ගෙන් 70% ක්

විභාගය සමත් වූ අතර ඉතිරිය අසමත් විය. වියහැකි ප්‍රතිඵල ලියා එක් එක් ප්‍රතිඵලය සිදුවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ඉන් පසු මෙම පාසලේ උසස් පෙළ සියලුම සිසුන් රජයෙන් පැවැත් වූ උසස් පෙළ විභාගයට පෙනී සිටි අතර පාසලේ වාර විභාගයෙන් සමත් වූ සිසුන්ගෙන් 90% ක් රජයේ පැවැත් වූ විභාගයෙන් සමත් විය. පාසලේ වාර විභාගයෙන් අසමත් වූ සිසුන්ගෙන් 20% ක් රජය පැවැත් වූ විභාගයෙන් සමත් විය. වාර විභාගයට පෙනී නොසිටි සිසුන්ගෙන් 5% ක් රජය පැවැත්වූ විභාගයෙන් සමත් විය

1. මෙම පාසලේ උසස් පෙළ සිසුවෙක් රජයෙන් පැවැත් වූ උසස් පෙළ විභාගය සමත්වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
2. මෙම පාසලේ උසස් පෙළ සිසුන් 450 ක් රජය පැවැත්වූ උසස් පෙළ විභාගයට පෙනී සිටියේ නම් සිසුන් කී දෙනෙක් එම විභාගය සමත් වේ දැයි සොයන්න.
3. මෙම පාසලේ උසස් පෙළ සිසුවෙක් රජයෙන් පැවැත් වූ උසස් පෙළ විභාගය අසමත් වී ඇති බව දන්නේ නම් ඔහු පාසලේ පැවැත් වූ වාර විභාගයට පෙනී නොසිටියෙක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(c) පාසලක උසස් පෙළ සිසුන් 100 කගේ බර සඳහා කරන ලද සමීක්ෂණයක ප්‍රතිඵල පහත දැක්වේ.

පන්තිය බර (kg)	සංඛ්‍යාතය
10-20	8
20-30	10
30-40	10
40-50	20
50-60	35
60-70	15
70-80	2

ඉහත ව්‍යාප්තියේ,

- (i) මධ්‍යන්‍යය
- (ii) මාතය
- (iii) මධ්‍යස්ථය
- (iv) සම්මත අපගමනය
- (v) කුටිකතා සංගුණකය

දශම ස්ථාන එකකට නිවැරදිව සොයන්න. ඉහත ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක්ද?