

3. AB හා CD රේඛා E හිදී අභ්‍යන්තරයෙන් ඡේදනය වේ. $AE:EB = k:1$ හා $CE:ED = 1:1$ වේ. $A \equiv (6,5)$, $B \equiv (3,2)$, $C \equiv (1,2)$ හා $D \equiv (a,4)$ වේ. k හා a හි අගයන් සොයන්න

4. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{[3 - \sqrt{5+x}]}{[1 - \sqrt{5-x}]} = -\frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න

5. $P(x) \equiv x^4 - x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ වේ.

$P(x) \equiv (x^2 + k)(Ax^2 + Bx + c) + 2$ නම් A, B, C හා k නියතයන් සොයන්න.

6. $\sin \theta = -\frac{12}{13}, \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ හා $\cos \beta = -\frac{4}{5}, \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ වේ.

$\sin(\theta + \beta) = \frac{33}{65}$ බව පෙන්වන්න.

7. a) බහුපද පිළිබඳ යේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න. r යනු නිශ්ශුන්‍ය නිඛිලයක් වන අතර $f(x) = 4x^3 + 6x^2 - 6x + 2r$ වේ. $x=r$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් නම් r හි අගය සොයන්න. r ට මෙම අගය ඇති විට $f(x)$ යන්න ඒකර සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

$f(x) = (x-a)(2x-1)(x+2) + bx + c$ වන පරිදි a, b, c නියත සොයන්න.

b) හින්න භාග කරන්න

I.
$$\frac{4x^2 + 3x - 1}{(3x-1)(x-2)(4x-1)}$$

II.
$$\frac{3x^3 + 2x + x + 3}{(3x-1)(x+1)}$$

c) $a, b, c \in R^+$ වන විට $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$ බව අපෝහනය කරන්න.

$$\frac{1}{(\log_a bc) + 1} + \frac{1}{(\log_b ca) + 1} + \frac{1}{(\log_c ab) + 1} = 1 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

8. α හා β යනු $2x^2 + 2(m+n)x + m^2 + n^2 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල වේ. මෙහි m හා n නියතයන් වේ.

$(\alpha + \beta)^2$ හා $(\alpha - \beta)^2$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $ax^2 + bx + c = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි a, b, c නිර්ණය කල යුතු වේ.

$x^2 - px + q = 0$ හා $x^2 - ax + b = 0$ සමීකරණ දෙකට පොදු මූලයක් ඇති අතර ඉතිරි මූල දෙකේ ගුණිතය 1 වේ නම්, $(q - b)^2 = bq(p - a)^2$ බව පෙන්වන්න.

$a > 0$ ද $b^2 - 4ac < 0$ ලෙස දී ඇත්නම් x හි සියලු තාත්වික අගයන් සඳහා $ax^2 + bx + c$ ධනවන බව ලබා ගන්න.

x හි සියලු තාත්වික අගයන් සඳහා

$2x^2 + 6x + 1 + k(x^2 + 2)$ ධන වන සේ k හි අගය පරාසය සොයන්න

$f(x) = x^2 + (a+b)x + a^2 - ab + b^2$ ශ්‍රිතය සෘණ නොවන බව පෙන්වන්න. x, a, b තාත්වික වේ.

$a=b$ විට $f(x)$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

9. a). පහත සඳහන් සර්ව සාම්ප්‍රදායික සාධනය කරන්න

I.
$$\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \sec 2A - \tan 2A$$

II.
$$\sin 5\theta + \sin 2\theta - \sin \theta = \sin 2\theta(1 + 2\cos 3\theta)$$

b). $\sin(A+B)$ ප්‍රසාරණය කර ලියන්න

ඒ නසින් $\sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ බව පෙන්වන්න

$\tan \frac{\pi}{8}$ හා $\tan \frac{\pi}{12}$ අගයයන් ගොඩනගන්න

c). $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right) = \frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න

10. a) I. $\sin^2 2\theta = \frac{3}{4}$ නම් θ හි සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

II. $\sin^2 \theta + (\sqrt{3} + 1)\sin \theta \cos \theta + \sqrt{3} \cos^2 \theta = 0$ විසඳන්න.

b) $f(x) = 1 + \sin x + \cos x$ සලකා,

I. $f(x) = 1 + \sqrt{2} \left[\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right]$ බව පෙන්වන්න

II. $f(x)$ හි උපරිම හා අවම අගයන් සොයන්න.

III. $-\pi \leq x \leq \pi$ අතර $f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ අළු සටහනක් අඳින්න.

3. කාටීසිය තලයේ පිහිටි A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල බන්ධාංක පිළිවෙලින් (5,4), (6,-3) හා (-5,2) වේ.

\vec{AB} හා \vec{AC} දිශා අතර කෝණය සොයන්න

4. ඒකාකාර ත්වරණයකින් ගමන් කරන දුම්රියක් දුම්රිය මාර්ගය අසල තිබෙන P නම් සිත්තල් කණුවක් පසු කරයි. දුම්රියේ ඉදිරි කෙළවර හා පසුපස කෙළවර එම සිත්තල් කණුව පසුකරන විට එහි ප්‍රවේග පිළිවෙලින් U හා V වේ. දුම්රියේ ඉදිරි කෙළවරේ සිට එහි මුහු දිගෙන් $\frac{3}{4}$ ක් ඇතින් ඇති විශේෂ ආසනයක වාඩි වී සිටින මගියෙක් එම සිත්තල් කණුව පසුකර යන විට මගියාට පෙනෙන පරිදි සිත්තල් කණුවේ ප්‍රවේගය $\frac{\sqrt{3V^2 + U^2}}{2}$ වන බව පෙන්වන්න.

5. උස h වූ ගොඩනැගිල්ලක මුදුනේ සිට P නම් වස්තුවක් නිශ්චලතාවයෙන් අත්හරින මොහොතේම Q නම් තවත් වස්තුවක් ගොඩනැගිල්ල පාමුල සිට ආරම්භක U ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහලට ප්‍රක්ෂේප කරනුයේ වස්තු දෙක එකිනෙක හමුවනසේය. එම වස්තු දෙක එකිනෙක හමුවන්නේ ගොඩනැගිල්ල මුදුනේ සිට $\frac{gh^2}{2u^2}$ දුරක් පහලින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක දී බව පෙන්වන්න. එම මොහොතේ Q වස්තුවේ ප්‍රවේගය $\frac{(U^2 - gh)}{U}$ බවද පෙන්වන්න

6. $\underline{a} = 2\underline{i} + 3\underline{j}$ හා $\underline{b} = \underline{i} - \lambda\underline{j}$ නම් $(\underline{a} + \underline{b})$ හා $(\underline{a} - \underline{b})$ දෛශික ප්‍රලම්භ වීම සඳහා λ ට නිශ්චය යුතු අගය සොයන්න.

B කොටස

• ප්‍රශ්න 3 කට පිළිතුරු සපයන්න

1. A, B, C හා D තිරහතරක් තිරස් තලයක් මත තබා ඇත්තේ එකකට පසු එකක් පිහිටන පරිදිත්, $AB=a$, $BC=2a$, $CD=3a$ වන පරිදිත් එකිනෙක සමාන්තරව එක පේළියට වන පරිදිත්ය. තිරස්ව තබන ලද වෙඩි උණ්ඩයක් මෙම තිරහතරම පසාරු කරගෙන යන අතර තිරයක් පසු කරන මොහොතේ දී උණ්ඩය තිරයෙහි වැදී ප්‍රවේගයෙන්ම එය පසුකර ඉන් ඉවත් වීමද සිදුවේ. ඒකාකාර මන්දනයකින් උණ්ඩය ගමන්කරන අතර A සිට B වෙත, B සිට C වෙත හා C සිට D වෙත උණ්ඩය ගමන් කිරීම සඳහා ගත වූ කාල පිළිවෙලින් t_1 , t_2 හා t_3 වේ.

උණ්ඩයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරයක් ඇඳ එමගින්

$$\frac{(t_1 + t_2)}{(t_2 + t_3)} = \frac{t_3(t_2 - 2t_1)}{t_1(2t_3 - 3t_2)}$$

වන බව පෙන්වන්න.

උණ්ඩය D තිරයේ වැදී ප්‍රවේගය සොයන්න

උණ්ඩය D තිරයෙහි වැදී ප්‍රවේගයේ දිශා නිශ්චලතාවයට පත්වූයේ නම් $t_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3} + \sqrt{5})t_2$ වන බව අපෝහණය කරන්න

2. ඒකකල අසමාන්තර බල තුනක් යටතේ දෘඩවස්තුවක් සමතුලිතව පැවතීම සඳහා එම බලවල ක්‍රියා රේඛා සංගාමී විය යුතු බව පෙන්වන්න. අරය a වූ ඒකාකාර ඝෛරු අර්ධගෝලයක ගුරුත්වකේන්ද්‍රය එහි තල මුහුණතේ කේන්ද්‍රය වන O හි සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් ආසන්නව පිහිටා ඇත. අරය $2a$ වූ අර්ධ ගෝලයක් දිගින් සමාන සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් P නම් ලක්ෂ්‍යයක එල්ලා ඇති අතර එක් එක් තන්තුවේ දිග $\frac{5a}{3}$ වේ. එම තන්තු වලින් එකක් අර්ධ ගෝලයේ ආධාරක තලයේ කේන්ද්‍රය වන O ලක්ෂ්‍යයටත් අනෙක පරිධිය මත වූ A ලක්ෂ්‍යයටත් ගැට ගසා ඇත. සමතුලිත පිහිටීමේ දී අර්ධගෝලයේ ආධාරක තලය තිරසර සමග සාදන කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{12}{25}\right)$ බව පෙන්වන්න

අර්ධ ගෝලයේ බර W නම් PQ තන්තුවේ ආතතිය $\frac{45W}{8\sqrt{769}}$ හා OP තන්තුවේ ආතතිය $\frac{205W}{8\sqrt{769}}$ බව පෙන්වන්න.

3. I. \underline{a} හා \underline{b} දෛශික 2 ක තිත් ගුණිතය වන $\underline{a} \cdot \underline{b}$ අර්ථ දැක්වන්න.

$$\underline{a} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} \text{ හා } \underline{b} = 8\mathbf{i} + 5\mathbf{j} \text{ නම් } \underline{a} \text{ හා } \underline{b} \text{ අතර කෝණය සොයන්න}$$

$$\underline{p} = 7\mathbf{i} + \lambda\mathbf{j} \text{ හා } \underline{q} = 9\mathbf{i} - 3\mathbf{j} \text{ යනු එකිනෙකට ලම්බක දෛශික දෙකක් නම් } \lambda \text{ හි අගය සොයන්න.}$$

II. O, A, B යනු ඒක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍ය 3 කි.

$$\vec{OA} = \underline{a} \text{ ද } \vec{OB} = \underline{b} \text{ ද වේ.}$$

$$\alpha \underline{a} + \beta \underline{b} = \underline{0} \text{ නම් } \alpha = 0 \text{ බවත් } \beta = 0 \text{ බවත් පෙන්වන්න.}$$

OACB සමාන්තරාස්‍රයකි. AC පාදයේ මධ්‍ය ලක්‍ෂ්‍යය D ද AB විකර්ණයේ හා OD රේඛාවේ ඡේදන ලක්‍ෂ්‍යය E ද වේ. $\vec{OA} = \underline{a}$ හා $\vec{OB} = \underline{b}$ නම් \underline{a} හා \underline{b} මගින් \vec{OD} ප්‍රකාශ කර $AE = \frac{1}{3}AB$ බව පෙන්වන්න.

4. a) XOY තලය මත $P_r(x_r, y_r)$ බිංඤ්ඛාංක සහිත ලක්‍ෂ්‍යයන්හි දී (X_r, Y_r) සංරචක සහිත බල පද්ධතියක් ක්‍රියා කරයි. මෙහි $r = 1, 2, \dots, n$ වෙයි. මෙම බල පද්ධතියෙන් P(a,b) ලක්‍ෂ්‍යය වටා පවතින වාමාවර්ත සුර්ණවල විජීය එකතුව Gp නම් $G_p = G - aY + bX$ බව සාධනය කරන්න.

$$\text{මෙහි } X = \sum_{r=1}^n X_r \quad Y = \sum_{r=1}^n Y_r$$

$$\text{සහ } G = \sum_{r=1}^n (Y_r x_r - X_r y_r) \text{ වේ.}$$

XOY තලය මත පිහිටන බල පද්ධතියක $(1,0)$, $(0,2)$ සහ $(-1, 3)$ ලක්‍ෂ්‍ය වටා පවතින වාමාවර්ත සුර්ණවල විචලකයන් පිළිවෙලින් M, 2M සහ 4M වෙයි. X, Y, G හි අගයන් M ඇසුරින් සොයන්න. $M > 0$ ලෙස දී ඇත්නම් සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න.

- b) $AB = 6a$ ද $BC = 2\sqrt{3}a$ ද වන ABCD සාද්‍ර කෝණාස්‍රයක AB, BC, CD සහ DA පාදවල මධ්‍ය ලක්‍ෂ්‍ය පිළිවෙලින් P, Q, R හා S වේ. විශාලත්ව $15N$, $4N$, $5N$, $10N$ μN සහ $30\sqrt{3}N$ වන බල 6ක් අකුරුවල පරිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශා මස්සේ පිළිවෙලින් \vec{PQ} , \vec{QR} , \vec{RS} , \vec{SP} , \vec{AD} හා \vec{CD} දිශේ ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය
- I. සමතුලිත විය නොහැකි බවත්
 - II. යුග්මයකට උභයනය වේ නම් $\lambda = -40$ සහ $\mu = 20$ බවත් පෙන්වන්න.