

3. $\frac{1}{2-x} + \frac{5}{2+x} < 1$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය ප්‍රාන්තරයන් සොයන්න.

4. $(x+3)$ සහ $(x-1)$, $x^3 + ax^2 + bx - a$ හි සාධක වේ නම් a සහ b හි අගය සොයන්න. a සහ b මෙම අගය ගන්නා විට මෙම බහුපදය $(x-k)$ මගින් බෙදවීමට ශේෂය 15 ක් නම් k හි අගය සොයන්න.

5. විචිත භාග සොයන්න

1.
$$\frac{x^2 - 10x + 13}{(x-2)^2(x-3)}$$

6. පිඵා සොයන්න

1.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x + x \sin 4x}{x^3}$$

Vibhawa.com

7. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ සම්බන්ධතාව භාවිතා කර

$\log_3(2x+5) + \frac{1}{\log_{x+1} 3} = 2$ වන පරිදි x ට ගත හැකි අගය සොයන්න.

8. $x = a(\cos \theta + \theta \sin \theta)$

$y = a(\sin \theta - \theta \cos \theta)$, a ධන නියතයක් හා θ පරාමිතියක් වන පරාමිතික සමීකරණ මගින් දෙනු ලබන චක්‍රයට " θ " පරාමිතිය ඇති ලක්ෂ්‍යයේ ඇදී ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය $\tan \theta$ බව පෙන්වන්න.

9. $(\cos x + \cos y)^2 + (\sin x + \sin y)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{x-y}{2} \right)$ බව පෙන්වන්න.

එමගින් $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ බව පෙන්වන්න.

10. සම්මත අංකනය අනුව ABC Δ යක් සඳහා $(a+c) \sin \frac{B}{2} = b \sin \left(\frac{B}{2} + C \right)$ බව පෙන්වන්න.

B කොටස

• ප්‍රශ්න 4 කට පිළිතුරු සපයන්න.

11. i) ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$x^3 + 3px + q$ හි $(x-a)^2$ සාධකයක් නම් එහි අනෙක් සාධකය $(x+2a)$ බවද $q^2 - 4p^3 = 0$ බව ද පෙන්වන්න.

ii) $f(x) = (a-x)^3 + (b-x)^3 - (a+b-2x)^3$ ප්‍රකාශනයේ සාධක පියල්ල සොයන්න.

iii) $f(x) = 2x^4 - 4x^3 + 9$ යයි ගනිමු. $f(x)$ ට $(x-\alpha)$ ආකාරයේ සාධකයක නොමැති බව පෙන්වන්න.

iv) $z = x + \frac{1}{x}$ ආදේශයෙන් $2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2 = 0$ විසඳන්න.

v) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ යන්න $(x-1)(x+1)(x-2)$ මගින් හරියටම බෙදේ නම් a, b, c නියත සොයා ඉතිරි සාධකය ද සොයන්න.

$2f(x+1) = x^2 + x - 2$ සම්කරණය ද විසඳන්න.

12. i. $x^2 + 2(b+c-a)x + 2bc = a^2$ හි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ.

මෙහි මූල සෑම විටම තාත්වික බව පෙන්වන්න. මූල සමපාත වීමට අවශ්‍යතාවය දක්වන්න.

ii. $(a-b)x^2 - 2(a^2+b^2)x + a^3 - b^3 = 0$ සමීකරණයේ මූල අතර වෙනස $\frac{2(a+b)\sqrt{ab}}{a-b}$ බව පෙන්වන්න.

iii. $ax^2 + bx + c$ වර්ග ප්‍රකාශනයේ $a > 0$ හා $b^2 - 4ac < 0$ විට x හි සියලු අගයන් සඳහා එහි ලකුණ ධන වන බව පෙන්වන්න. ඉහත දෙන ලද අවශ්‍යතා කාප්ත කරන විට $y = ax^2 + bx + c$ හි ප්‍රස්ථාරය ද අඳින්න.

13. $\log_p n = x$ හා $\log_r n = y$ ද $n \neq 1$ ද වේ.

$\frac{x+y}{x-y} = \frac{\log_p r + \log_p p}{\log_p r - \log_p p}$ බව සාධනය කරන්න.

$p=4, q=2, r=8, n=4096$ විට ඉහත ප්‍රතිඵලය සත්‍යාපනය කරන්න.

x යනු එකට අසමාන වූ ඕනෑම ධන සංඛ්‍යාවක් නම්,

$\frac{x^3-1}{3} > \frac{x^2-1}{2} > x-1$ බව ඔප්පු කරන්න

එකම සටහනක $y = |x-1| + |x+1|$ ශ්‍රිතයේ හා $Y = |2-x| + x$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. එමගින් ද $|x-1| + |x+1| > |2-x| + x$ අසමානතාවය කාප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

14. (a) $y = \tan^{-1}(e^x)$ නම්,

i. $\frac{d^2y}{dx^2} \tan 2y = 2 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2$ බව සාධනය කරන්න

ii. $x=0$ විට $\frac{dy}{dx}$ හා $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න.

(b) $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x - 1}$

i. ප්‍රස්ථාරය මගින් x අක්ෂය කපන ලක්ෂය

ii. ස්ථාවර ලක්ෂය

iii. ස්පර්ශකේන්ද්‍රය

iv. $x \rightarrow \alpha$ හා $y \rightarrow \alpha$ විට වක්‍රයේ හැසිරීම පිළිබඳ කරුණු සලකමින් ඉහත වක්‍රය ව්‍යාප්තිය කරන්න.

(c) චක්‍ර වැටීයක් අරය 6 m ක් ද උස 5 m ක් ද වූ සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ආකාරය ගනී. එහි අක්ෂය සිරස්ව ද නිර්ණය යටි අතට පිහිටන පරිදි ද වැටීය කටි කර ඇත. කාලය $t=0$ දී $36 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$ නියත සීඝ්‍රතාවයකින් හිස් වැටීයට ජලය පිරෙන්නට පටන් ගනී. වැටීය තුළ ජලයේ ගැඹුර 3 m විට ජල පාෂාණය නගින සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

15. i. $2A + B = \frac{\pi}{4}$ නම් $\tan B = \frac{1 - 2 \tan A - \tan^2 A}{1 + 2 \tan A - \tan^2 A}$ බව පෙන්වන්න.

එමගින් $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\tan \theta = \frac{x \sin \phi}{1 - x \cos \phi}$, $\tan \phi = \frac{y \sin \theta}{1 - y \cos \theta}$ නම් $x \sin \phi = y \sin \theta$ බව පෙන්වන්න.

$\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$ විසඳන්න.

$\tan^{-1} \left[\frac{1}{2(p+1)^2} \right] + \tan^{-1} \left[\frac{1}{2p+3} \right] - \tan^{-1} \left[\frac{1}{2p+1} \right] = 0$ බව පෙන්වන්න.

16. $\sin 4\theta, \cos 2\theta = \sin 5\theta, \cos 3\theta$ සමීකරණය තෘප්ත කරන $\frac{\pi}{2}$ ට අඩු θ හි සියලු ධන අගයන් සොයන්න.

$5 \sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta - 3 = 0$ සමීකරණයේ සාධක විසඳුම් ලබා ගන්න.

$-\frac{5\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ සඳහා $y = \cos x + \sin x$ හි ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

$\cos x + \sin x = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} x$ සමීකරණයේ එකම මූලය $x = \frac{\pi}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න.

A, B, C යනු ත්‍රිකෝණයක කෝණ නම් θ හි ඕනෑම අගයක් සඳහා

$\tan A + \tan(B + \theta) + \tan(C - \theta) = \tan A \tan(B + \theta) \tan(C - \theta)$ බව සාධනය කරන්න.

3. මෝටර් රථයක් සිරස් කරලු වේගය ඔර්ධ්වය ඔර්ධ්වයක f ඒකාකාර ජීවරණයෙන් ගමන් කරයි. කාලය $t=0$ වන මොහොතේදී එහි ප්‍රවේගය u වන අතර n වන කක්ෂරයකුල මෝටර් රථය ගමන්කල දුර S නම් $s = u + \frac{1}{2} f(2n-1)$ බව පෙන්වන්න.

4. u ඒකාකාර වේගයෙන් ගලායන තලයක තලය d වූ ගඟක එක් ඉවුරක වූ A ලක්ෂ්‍යයක සිට ඊට නර්තනලින් අනෙක් ඉවුරේ පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයකට යාමේ අදිවනින් ජලයට සාපේක්ෂව v ප්‍රවේගයෙන් පිහිනීම හැකි මිනිසෙක් හා ඉවුරේ ඉහල දිශාව තමන $\cos^{-1}\left(\frac{u}{v}\right)$ කෝණයක් සාදන දිශාවකට පිහිනා ගොස්නු බවත් ඒ සඳහා ගතවන කාලය $\frac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}}$ විය යුතුබවත් පෙන්වන්න.

vibhawa.com

5. P Q R ත්‍රිකෝණයේ $\overline{PQ} = b$ හා $\overline{PR} = a$ වේ. S යනු QS: SR=1:5 වන ලෙස QP මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. a හා b ඇසුරින් \overline{PS} සොයන්න.

6. $(4i - 3j)$ හා $(\lambda i + 2j)$ සෘජුකෝණීය වෛක දෛශික වීමට λ හි අගය සොයන්න.

7. සිරස් කුලුඹක මුදුනේ සිට කාලය $t=0$ වන මොහොතේ දී සිරස්ව ඉහළට $u \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගුරුත්වජ ත්වරණය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කල වස්තුවක් කාලය $t=1$ වන විට කුලුඹ මුදුනේ සිට 25 m පහලින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් පසු කරමින්ද, කාලය $t=21$ වන විට කුලුඹ මුදුනේ සිට 300 m පහලින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක්ද පසු කරයි. g වල අගය හා u වල අගය සොයන්න.

8. පෘථිවිය මත පිහිටි O ලක්ෂ්‍යය සිට සිරස්ව α කෝණයකින් ආනතව u ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපකල වස්තුවක පියාසර කාලය T හා සිරස් පරාසය R වේ.

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{gT^2}{2R} \right) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

Vibhawa.com

9. නිරතව θ කෝණයකින් ආනත සුමටතලයක් මුදුනේ අවල සුමට කප්පියක් සවිකර ඇත. කප්පිය මතින් ගමන් කරන සැතැල්ලු අවිකතා තන්තුවක එක් කෙලවරකට $2W$ භාරයක් අමුණා එය ආනතතලය මත ද, අනෙක් කෙලවරට W භාරයක් ද අමුණා එය නිදහසේ එල්ලෙමින් ද පවතී. පද්ධතිය සම්තුලිතව පවත්වා ගැනීම සඳහා ආනත තලයමත ඇති භාරය මත සිරස් P බලයක් යෙදිය යුතුය. $P = w \tan \theta$ බව පෙන්වන්න. (තන්තු කොටස් දෙකම ආනතතලයට ලම්බ එකම සිරස් තලයක පවතී)

10. A B C D සම්චතුරස්‍රයක AB, BC, CD, DA, හා AC පසු මස්තේ එම අක්ෂරවල පවිසාටියෙන් දැක්වෙන අතට P, 2P, 3P, 4P හා $2\sqrt{2}P$ යන බල පහක් ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය සොයන්න. බල පද්ධතිය සම්තුලිතව නොපවතින බව පෙන්වන්න.

11. (i) A හා B යනු සෘජු කිරීන් මාර්ගයක පිහිටි නගර දෙකකි. කාලය $t=0$ වේදී A නගරයෙන් නික්මලඟාවයෙන් ගමන් කරමින් P මාර්ගයේ රථයක් f_1 ඒකාකාර ත්වරණයකින් B නගරය දෙසට චලනය වේ. කාලය $t=t_1$ වන විට තවත් Q මාර්ගයේ රථයක් u ප්‍රවේගයෙන් A නගරය පසුකරමින් P මාර්ගයේ රථය ගමන්කරන මාර්ගයට සමාන්තර මාර්ගයක් ඔස්සේ f_2 නියත මන්දනයකින් B නගරය දෙසට චලනය වුවකි. කාලය $t=t_1$ වන විට P මාර්ගයේ රථයේ ප්‍රවේගය $V (< u)$ වේ. මාර්ගයේ රථ දෙකෙහි චලිතයට අදාළ ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර එකම සටහනක අදින්න. ($f_2 > f_1$ වේ)

එමගින් මාර්ගයේ රථවල ප්‍රවේග සමාන වන මොහොත වනවිට ඒවා ගමන්කර තිබූ දුරවල් සමානවූයේ නම් $f_1 f_2 t_1^2 + 2uf_1 t_1 - u^2 = 0$ විය යුතු බව පෙන්වන්න

එමගින් $t_1 = \left(\frac{u}{f_2} \sqrt{1 + \frac{f_2}{f_1}} - 1 \right)$ විය යුතු බව අපෝහණය කරන්න.

- (ii) එක්තරා මොහොතක නැවක් නොටි 24 ක නියත ප්‍රවේගයකින් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරමින් තිබුණි. එම මොහොතෙහි නැවට නාවුක සැලසුම් කේ රසාන දෙසින් සතුරු යාත්‍රාවක් තිබුණ අතර සතුරු යාත්‍රාව නොටි $8\sqrt{2}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් වයඹ දිශාවට ගමන් කරමින් තිබුණි. මෙම චලිතයේදී නැව හා මෝටරුවට අතර ඇතිවිය හැකි කෙටිම දුර සහ එම දුර ඇතිවීමට ගතවන කාලය සොයන්න.
12. පාතුවිය මත පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට කාලය $t=0$ වන මොහොතේදී P හා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් ආරම්භක u හා v ප්‍රවේගවලින් සිරස සමඟ α හා β කෝණ සෑදීමින් (මෙහි $\alpha > \beta$ හා $\alpha < \pi/2$, $\beta < \pi/2$ වේ) එකම සිරස් තලයක එකම පැත්තට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

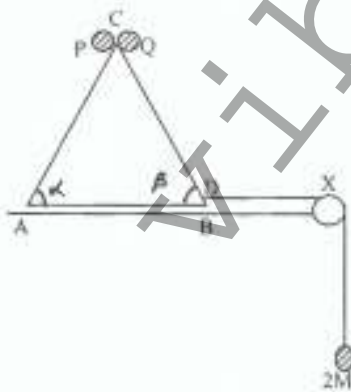
- (i) කාලය $t=T_1$ වන මොහොතේදී ඒවායේ ප්‍රවේග එකිනෙකට සමාන්තර වූයේ නම්

$$T_1 = \frac{uv \sin(\alpha - \beta)}{g(v \cos \beta - u \cos \alpha)}$$
 බවද

- (ii) O තරඟ කෝණයන් කිරීන් හා සිරස් අක්ෂ පැදවීමකට සාපේක්ෂව එකිනෙකට වෙනස්කාල දෙකකදී අංශුවල ගමන්පභව එකම ලක්ෂ්‍යයක් හරහා ගමන්කළේ නම් ද එම කාල දෙක අතර වෙනස T නම් ද

$$T = \frac{2uv \sin(\alpha - \beta)}{g(u \cos \alpha + v \cos \beta)}$$
 බවද පෙන්වන්න.

13.



කේන්ද්‍රිත හරස්තල ABC හිදී $\hat{CAB} = \alpha$ හා $\hat{CBA} = \beta$ වූද ස්කන්ධය M වූද සුමට කුකුළුකයක AB මුහුණත සුමට කිරීන් මේසයක් මත තබා ඇත. කුකුළුකයේ BC මත පිහිටි D ලක්ෂ්‍යයකට ගැටි ගසන ලද සැහැල්ලු අවිකතව කන්කුවක් මේස දාරයේ D හි මට්ටමේ සවිකර ඇති X අවල සුමට කන්පියක් මගින් ගමන් කරන අතර එහි බිඳහස් ඝනලවරින් ස්කන්ධය 2M වූ වස්තුවක් එල්ලා ඇත. ස්කන්ධය 2m හා m වන p හා Q අංශු දෙකක් CA හා CB මුහුණත් මත වැටීමේ බැවුම් රේඛාවක් දිගේ චලනය වියහැකි පරිදි C ආසන්නයේ තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. රූපයේ පෙන්වන පරිදි ආශු දෙකචලනය වන සිරස් තලයේම කන්කුව ද පිහිටා ඇත. P හා Q අංශු චලද කුකුළුකයේ ද ක්වරණ කිරීණය කිරීමට අවශ්‍ය කරමි සමීකරණ ලියන්න. කුකුළුකයේ ක්වරණය

$$\left(\frac{4M - m \sin 2\beta + 2m \sin 2\alpha}{3(2M + m) - m(\cos 2\beta + 2 \cos 2\alpha)} \right) g$$
 බව පෙන්වන්න.

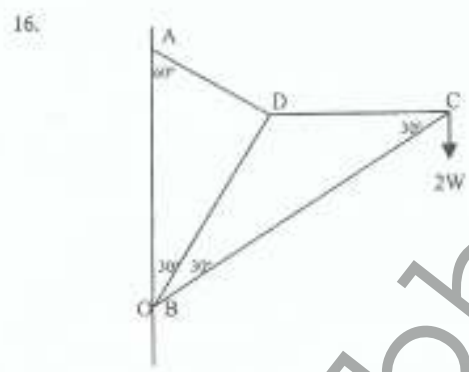
මෙම චලිතයේ ඕනෑම අවස්ථාවක දී P හා Q ආශ්‍රිත දෙක එකම තිරස් මට්ටමක පවතිනම් කුහල්දෙසේ නවරණය $g \tan(\beta - \alpha)$ වන බවද පෙන්වන්න.

14. දිග 5m වූ යුග්‍ය දණ්ඩක A හා B දෙකෙලවරට පිළිවෙලින් බර w_1 හා w_2 වන භාරදෙකක් සම්බන්ධ කර ඇති අතර A හා B දෙකෙලවර ගැටි ගසන ලද දිග පිළිවෙලින් 4m හා 3m වන සැහැල්ලු අවිභන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් දණ්ඩ O ලක්ෂ්‍යයේ එල්ලා ඇත. දණ්ඩ සිරසට θ කෝණයකින් ආනතවන පිහිටීමක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ A හා B දෙකෙලවරට දණ්ඩ දිගේ යොදන ලද විභාලන්වයෙන් සමාන වන බල දෙකක් මගිනි. ($w_1 > w_2$)

$$\tan \theta = \frac{12(w_1 + w_2)}{16w_1 - 9w_2} \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

AC හා BC තන්තුවල ආතති සොයා මෙම ආතති සමානවන අවස්ථාවේදී $\theta = \tan^{-1}(7)$ වන බවද පෙන්වන්න.

15. (i) OX හා OY අක්ෂ පද්ධතියට භාජකයන් $A = (1,4)$, $B = (3,3)$, $C = (4,7)$ හා $D = (-7,-2)$ වේ. $\vec{AB}, 2\vec{BC}, 3\vec{CD}$ හා $4\vec{DA}$ මගින් සම්පූර්ණයෙන්ම නිරූපණය කර ඇති බල පද්ධතියක් මෙම සලයෙහි ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතියේ සම්පූර්ණ බලයෙහි විභාලන්වය හා දිශාව සොයන්න. සම්පූර්ණ බලයෙහි ක්‍රියාකර්මාවේන් x අක්ෂය ආසන්න ලක්ෂ්‍යයට මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති දුර සොයන්න.
- (ii) OABC භාජකෝණාස්‍රයෙහි $\vec{OA} = \underline{a}$ හා $\vec{OC} = \underline{c}$ වේ. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය M ද BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය N ද වේ. ON හා MC රේඛා P හිදී ඡේදනය වේ. \underline{a} හා \underline{c} මගින් \vec{OP} සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න. OP:PN=4:1 බව පෙන්වන්න.



සුවල පලක සන්ධිවල AB, BD, BC හා CD දඬුවම්වලින් සාදන ලද යුග්‍ය දඬු රාමු සැකිල්ලක් A හා B හිදී තිරස් නික්තියකට ප්‍රමුඛව සන්ධිකොට ඇත. C හිදී $2w$ භාරයක් එල්ලා ඇත. මෙම ආකෘතිය ඇසුරින් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. එම ප්‍රත්‍යාබල සටහන මගින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතතියක පවතිද නැතිනම් භාරපූර්ණ පවතිද යන්නත් A හා B සන්ධිවල ප්‍රතික්‍රියාත් සොයන්න.

16. (i) දිග $2a$ හා බර w වූ AB, BC, CD හා DA ඒකාකාර දඬු 4ක් A, B, C හා D හිදී ප්‍රමුඛව සන්ධිකිරීමෙන් සාදන ලද රාමු සැකිල්ලක B හා D සන්ධිවලට BD යුග්‍යදණ්ඩක දෙකෙලවර ප්‍රමුඛව සන්ධිකර ඇත්තේ $\hat{ABD} = \hat{CBD} = \alpha$ වන පරිදිය. මෙම රාමු සැකිල්ල A ට ගැටිගසන ලද සැහැල්ලු අවිභන්‍ය තන්තුවක් මගින් එල්ලා තිරස්කලයක සමතුලිතව පවතී.
- (a) C සන්ධියේදී BC දණ්ඩමත ප්‍රතික්‍රියාවේ විභාලන්වය හා දිශාව සොයන්න.
- (b) B සන්ධියේදී BC දණ්ඩමත ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{w}{2} \sqrt{3 + \operatorname{cosec}^2 \alpha}$ බවත් එය සිරසට $\tan^{-1}(2 \tan \alpha)$ කෝණයකින් ආනත බවත්
- (c) B සන්ධියේදී AB දණ්ඩමත ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{w}{2} \sqrt{1 + 9 \cot^2 \alpha}$ බවත් එය සිරසට $\tan^{-1}(\frac{2}{3} \tan \alpha)$ කෝණයකින් ආනත බවත්
- (d) සැහැල්ලු දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබල $2w \cot \alpha$ බවත් පෙන්වන්න.